Corso di laurea in Fisica, a.a. 2020/21, Analisi - 12 febbraio 2021 **A**
(N. Ansini - G. Galise - C. Pinzari- M. Ponsiglione)

Nome: *Cognome:* *Orale:* *in presenza* ☐ *da remoto* ☐

Regole: Voto minimo di ogni esercizio = 0. Esercizi 1-4: risposta giusta = 1, risposta omessa = 0, risposta sbagliata =-0.5. Esercizo 5: punti 0-10. Esercizo 6: punti 0-6.

Esercizio 1 Sia

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = t\,.$$

1. L'integrale generale dell' equazione omogenea è $y(t) = e^{-t} + e^{-2t}$; V F
2. una soluzione particolare dell' equazione non omogenea è $y_p(t) = t - 1$; V F
3. l'integrale generale dell' equazione non omogenea è $y(t) = e^{-t} + e^{-2t} + t - 1$; V F
4. la soluzione del Problema di Cauchy con dati iniziali $y(0) = 1/4, y'(0) = 1/2$ è $y(t) = -e^{-t}/2 + e^{-2t}/2 + t/2 + 3/4$. V F

Esercizio 2 Date $a_n = \frac{(-1)^n\sqrt{n}}{n^2+n+1}$ e b_n limitata tale che $b_n \neq 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$, allora

1. $a_n\, b_n$ è infinitesima V F
2. $\frac{a_n}{b_n}$ è limitata V F
3. a_n è monotona V F
4. $\frac{e^{a_n b_n}-1}{a_n b_n}$ è infinitesima. V F

Esercizio 3 Sia $f(x) = e^{2x} - \frac{1}{1-2x}$ e $p_n(x)$ il polinomio di Taylor di ordine n di f in 0. Allora

1. f ha massimo in $[2, 3]$ V F
2. $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x^2} = -2$ V F
3. $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-p_3(x)}{x} = 0$ V F
4. $p_2(x) = -2x^2$. V F

Esercizio 4

1. L'integrale $\displaystyle\int_0^1 \ln(x)\,dx$ è assolutamente convergente V F
2. Se $f \in C([0, +\infty))$ e $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ allora $\displaystyle\int_0^{+\infty} f(x)\,dx < +\infty$ V F
3. $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x}{x^3+1}\,dx = +\infty$ V F
4. Se $\displaystyle\int_0^{+\infty} |f(x)|\,dx < +\infty$ allora $\displaystyle\lim_{\delta\to+\infty} \int_\delta^{+\infty} |f(x)|\,dx = 0$ V F

Esercizio 5 Data la funzione

$$f(x) = (x-1)\,\exp\Big(\frac{x}{x-1}\Big)$$

1. determinare il dominio di f e studiarne il segno;
2. studiare gli asintoti, continuità e derivabilità ;
3. studiare punti di max, min e flessi evidenziando gli eventuali intervalli in cui la funzione f e' convessa;
4. disegnarne il grafico approssimativo.

Esercizio 6 Risolvere il seguente integrale definito

$$\int_0^1 x^4 \ln(6 - x^5)\, dx\,.$$